

# Über Analytizität

© Viktor Weichbold (2010)

## Vorspiel: 4 Fragen

(1)

Student: "Sind die Sätze der *Logik* analytisch?"

Dozent: "Ja."

Student: "Sind *Existenz*behauptungen analytisch?"

Dozent: "Nein."

Student: "Wieso macht die Logik dann Existenzbehauptungen:  $P_a \rightarrow \exists x P_x$ ?"

(2)

Student: "Sind die Sätze der Mathematik analytisch?"

Dozent: "Ja."

Student: "Sagen analytische Sätze etwas über die Wirklichkeit aus?"

Dozent: "Nein."

Student: "Worin besteht dann der Nutzen der Mathematik für z.B. die Physik und die Technik?"

(3)

Student: "Was ist Wahrheit?"

Dozent: "Das Übereinstimmen von Behauptung und Wirklichkeit."

Student: "Sind analytisch wahre Sätze wahr?"

Dozent: "Ja."

Student: "Also stimmen sie mit der Wirklichkeit überein?"

Dozent: "Ja, natürlich."

Student: "Warum sagt man dann, dass analytische Sätze nichts über die Wirklichkeit aussagen?"

(4)

Student: "Sind analytische Sätze immer wahr?"

Dozent: "Ja."

Student: "Also ist '2 + 2 = 4' immer wahr?"

Dozent: "Ja."

Student: "Und wie verhält es sich damit: '2 Hasen + 2 Hasen = 4 Rehe?'"

## Ausführung

(5) Analytische Sätze, so sagt man, sind wahr aufgrund der Bedeutung der in ihnen vorkommenden Zeichen und Begriffe. So zum Beispiel:

Ayer, Sprache, Wahrheit und Logik (Kap. IV; Reclam, S. 78f):  
"... wir sagen, eine Proposition sei analytisch, sofern ihre Gültigkeit allein von den Bedeutungen der darin enthaltenen Symbole abhängt;"

Kripke, Name und Notwendigkeit (Suhrkamp stw 1056, S. 39):  
"Wir wollen ... festsetzen, dass eine analytische Aussage in einem bestimmten Sinn kraft ihrer Bedeutung wahr ist und kraft ihrer Bedeutung in allen möglichen Welten wahr ist."

Mein Standpunkt ist dagegen Folgender: die *sogenannten* analytischen Sätze sind nicht wahr aufgrund der Bedeutung von Zeichen – sie sind vielmehr Aussagen *über die Bedeutung (oder den Gebrauch)* von Zeichen. Sie sind also Aussagen auf einer Meta-Ebene und deshalb nicht in gleicher Weise *wahr* oder *falsch* wie die Aussagen auf der Objekt-Ebene. Sie sind allenfalls (formal) *richtig* oder *falsch*. – Diesen Standpunkt werde ich im Folgenden darlegen.

(6) Zunächst ist wichtig, innerhalb der Bezeichnung "analytische Sätze" zwei Klassen von logischen Gebilden zu unterscheiden, die unterschiedlicher Art sind:

- (a) die *logisch*-analytischen Sätze;
- (b) die *begrifflich*-analytischen Sätze.

ad (a): dazu zählen die mathematischen Gleichungen und die logischen Schemata, deren "Wahrheit" sich aus den operativen Funktionen der symbolsprachlichen Zeichen ergibt. Beispiel: " $p \rightarrow p$ " oder " $n + n = 2n$ ".

ad (b): begrifflich-analytische Sätze sind solche, deren Prädikatbegriff bereits im Subjektbegriff enthalten ist und die daher *begriffslogische Tautologien* sind. Zum Beispiel: "Schimmel sind weiß", "Junggesellen sind unverheiratet" oder "Wenn A jünger ist als B, dann ist B älter als A".

Ich werde die beiden Klassen getrennt behandeln und zeigen, dass ihre "Sätze" die Kriterien eines Urteils bzw. einer Aussage nicht erfüllen, weshalb sie keine Sätze (Urteile, Aussagen) im logischen (syntaktischen) Sinn sind. Daher können sie auch nicht die Qualifikation "wahr" oder "falsch" besitzen.

(7) Mathematische Gleichungen von der Art " $2 + 2 = 4$ " sind *keine* Urteile (bzw. Sätze), weil sie kein Subjekt besitzen. Zahlen sind nichts anderes als Quantoren; damit aus mathematischen Gleichungen ein syntaktisch richtiger Satz wird, muss ihnen ein Subjekt beigefügt werden. D.h., es muss eine Elementmenge benannt sein, auf die sich der Quantor bezieht. Zum Beispiel: "2 Hasen und 4 Hasen = 6 Hasen".

Die mathematischen Gleichungen drücken nur eine allgemeine formale Struktur aus, die die Urteile, die diese Quantoren (Zahlen) verwenden, besitzen müssen, damit sie wahr sein können. Die richtige formale Struktur ist eine *notwendige Bedingung* der Wahrheit, aber keine hinreichende. Zum Beispiel macht eine Verwechslung der Subjekte das Urteil falsch, auch wenn es die richtige Formalstruktur besitzt: "2 Hasen + 2 Hasen = 4 Rehe".

(8) Ähnlich verhält es sich mit den logischen Formeln: sie stellen keine Urteile (Sätze) dar, sondern explizieren gewisse formale Strukturen, die den wahrheitserhaltenden Übergang von einem Satz zum anderen gewährleisten. Sie sind gewissermaßen das "logische Gerippe" von Sätzen; aber so wenig wie ein Gerippe einen Menschen ausmacht, so wenig machen formale Beziehungen zwischen Begriffen einen Satz aus.

Formeln, die die logischen Beziehungen zwischen Begriffen (Prädikatenlogik) oder zwischen Aussagen (Aussagenlogik) explizieren, können daher nur *gültig* oder *richtig* sein – aber nicht *wahr*. In diesem Sinn sind Schlussfiguren, aber auch tautologische Formeln wie

$$\square "p \vee \neg p"$$

nicht wahr, sondern gültig oder richtig. Erst das Einsetzen von Sätzen an die Stelle der Variablen macht daraus Satzverbindungen, die dann wahr sind. Das obige Schema drückt lediglich aus: "wenn du Sätze auf diese Weise anordnest, dann ergibt die Anordnung einen wahren Gesamtsatz".

(9) Ich schlage vor, in Hinkunft nicht mehr von den "*Sätzen* der Mathematik und "*Sätzen* der Logik" zu sprechen, da dieser Ausdruck irreführend ist. Es handelt sich ja nicht um Sätze – im Sinn von Aussagen (bzw. von Urteilen oder Propositionen). Die falsche Bezeichnung zieht einen Rattenschwanz von Verwirrungen nach sich, die durch eine differenzierte Benennung leicht vermieden werden könnten. – "Wahr" im korrekten Sinn sind nur jene Sätze, die der Definition von "Wahrheit" entsprechen: als Zusammenstimmen von Behauptung und Realität.

(10) Wir kommen zur zweiten Klasse der – fälschlich – als *wahr* bezeichneten "*Sätze*": den *begriffsanalytischen* Aussagen. Das klassische Beispiel ist

$$\square "Alle Junggesellen sind unverheiratet".$$

Solche Sätze gelten als *notwendig wahr*, als *Vernunftwahrheiten*, als *analytische Wahrheit*, als *L-wahr*, usw. – Stimmt das?

Betrachten wir die urteilstheoretische Struktur des obigen Beispielsatzes: er sagt offenbar nichts aus über die faktischen Ehestandsverhältnisse von Junggesellen – denn sonst wäre er eine empirische Hypothese, deren Wahrheit erst nach Prüfung aller Einzelinstanzen bestätigt werden könnte (also nie). Er sagt vielmehr aus, dass der Begriff "Junggeselle" den Begriff "unverheiratet" inkludiert: dass also, was als "Junggeselle" bezeichnet wird, zugleich die Eigenschaft "unverheiratet" besitzen muss. Der Satz ist

demnach eine Festlegung *der Bedeutung (des Gebrauchs) von Begriffen* (von sprachlichen Ausdrücken). Seine formale Struktur, insbesondere der Quantor "alle", täuscht vor, dass es sich um eine Aussage auf der Objektebene handle – was aber nicht stimmt. Denn dann wäre sie, wie oben gesagt, eine empirische Hypothese und als solche nicht *notwendig wahr*.

Sätze über die Bedeutung von Begriffen entsprechen ebenfalls nicht der Definition der Wahrheit ("Übereinstimmen von Aussagen und Fakten"). Daher sollten sie ebenfalls nicht als "wahr" qualifiziert werden. Sie sind allenfalls *richtig*: wenn sie mit der Definition der Begriffe übereinstimmen.

(11) Die Missachtung dieser Unterscheidung – dass analytische Sätze nicht über *Objekte*, sondern über *Begriffe* gehen – führt leicht zu logischen Fehlern. Ein typisches Beispiel sind gewisse Versuche, die Gültigkeit von Schlussfiguren zu unterhöheln, indem durch Setzen von *analytisch wahren Prämissen* ein Widersinn in der Konklusion erzwungen wird. Zwei Beispiele:

- ❑ "Alle Hexen sind Frauen"  
"Alle Hexen können fliegen"  
"Daher: Einige Frauen können fliegen"
  
- ❑ "Alle Mondmänner sind Männer, daher: einige Männer sind Mondmänner"

Das erste Beispiel entspricht dem syllogistischen Modus Darapti<sup>1</sup>, das zweite dem Konversionsschluss "alle A sind B, daher: einige B sind A". Beide Schemata gelten als umstritten. Aber betrachten wir sie unter dem Gesichtspunkt des oben Gesagten:

Um einen gültigen Schluss zu erhalten, müssen *wahre* Prämissen gesetzt werden. Wenn (im ersten Beispiel) "alle Frauen sind Hexen" als *empirisch wahre* Aussage gemeint ist, dann ist erst zu erweisen, ob sie wirklich wahr ist. Dazu müsste man alle Hexen der Welt auffinden und ihr Geschlecht überprüfen. Solange dies nicht geschehen ist, kann der Satz aber nicht als wahre Prämisse behauptet werden.

Ist hingegen "alle Hexen sind Frauen" *analytisch* wahr, dann besagt der Satz nicht mehr als dass, was als "Hexe" bezeichnet wird, zugleich die Eigenschaft "weiblich" zugesprochen erhält. Es ist keine Rede davon, dass Hexen tatsächlich existieren: es geht nur um Beziehungen zwischen *Begriffen*. Ähnlich ist auch "alle Hexen können fliegen" so gemeint, dass, was als "Hexe" bezeichnet wird, zugleich die Eigenschaft "Fähigkeit des Fliegens" zugesprochen erhält. Wiederum liegt keine Aussage über die Realität vor, sondern über die Verknüpfung von Begriffen.

Übersetzt man die beiden Prämissen des obigen Beispiels in eine korrekte Formulierung, dann sieht man leicht, dass sie keineswegs geeignet sind, die Gültigkeit des Schlussmodus Darapti zu untergraben:

---

<sup>1</sup> Das Beispiel stammt aus: Lebzelter, G (1951) Die vier ungültigen Modi: Darapti, Felapton, Bamalip, Fesapo. in: Ztschr. phil. Forsch., 5(2), 220-233

- "Der Begriff 'Hexe' inkludiert den Begriff 'Frau' "  
"Der Begriff 'Hexe' inkludiert den Begriff 'kann fliegen' "  
 "Daher: Einige Frauen können fliegen"

Hier liegt augenfällig ein "ontologischer Fehlschluss" vor, indem aus Aussagen über Begriffe eine Aussage über die Realität gefolgert wird. Wie gesagt: der Irrtum liegt in einer falschen Auffassung von der Eigenart analytischer Sätze begründet.

(12) Zusammenfassend:

a) Der Ausdruck "analytische Sätze" wird zu weit gefasst, indem er auch mathematische Gleichungen und logische Formeln inkludiert. Logische und mathematische Formeln sind keine *Sätze*: sie drücken lediglich formale Beziehungen zwischen Begriffen/Sätzen aus. Die Beachtung dieser Beziehungen ist zwar eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für die Wahrheit eines Satzes.

b) Korrekterweise werden als "analytische Sätze" nur die *begriffsanalytischen* Aussagen bezeichnet, z.B.: "Junggesellen sind unverheiratet". Diese besitzen die reguläre Struktur einer Aussage – aber: sie beziehen sich nicht auf faktische Objekte, sondern auf Begriffe! Analytische Aussagen sind Aussagen über den rechten Gebrauch (die rechte Bedeutung) von *Begriffen*. Sie sind daher auf einer Meta-ebene, nicht auf der Objektebene angesiedelt.

c) Aus dem Gesagten folgt, dass analytische Formeln / Sätze nicht als *wahr* qualifiziert werden können, sondern nur als (in formaler Hinsicht) *richtig* oder *gültig*. Die Qualifizierung "wahr" bleibt allein jenen Sätzen vorbehalten, die Behauptungen über reale Dinge enthalten und insofern der Definition der Wahrheit entsprechen können: als Übereinstimmung von Behauptung und Realität.

## Nachspiel

(13) Die traditionelle philosophische Diskussion<sup>2</sup> hat analytische Sätze NICHT als Aussagen über Begriffsbeziehungen aufgefasst (wie ich vorschlage), sondern als Aussagen über reale Verhältnisse (bei gleichzeitiger Beteuerung, dass sie über diese nichts aussagen).

Dabei gab sie dem Begriff der Wahrheit einen veränderten Sinn: denn dass Aussagen "aufgrund der Bedeutung von Zeichen und Begriffen wahr sind" (vgl. (5)), entspricht nicht der herkömmlichen Definition der Wahrheit, die das *Übereinstimmen von Behauptung und Realität* zum Kriterium macht (egal, wie "Übereinstimmung" operationalisiert wird).

---

<sup>2</sup> Eine lesenswerte Zusammenstellung von Texten zum Problem der Analytizität findet sich in: Newen A, Horvath J (Hg.) Apriorität und Analytizität, Mentis-Verlag 2007. Leider wurden ältere Autoren (Aristoteles, Thomas v. A., Leibniz) nicht berücksichtigt.

Ich unterziehe im Folgenden diese "ontologistische" Auffassung der analytischen Sätze einer Kritik. Ich knüpfe nicht an die bekannte Kritik Quines und dessen Ablehnung der Unterscheidung von "analytisch" und "synthetisch" an<sup>3</sup> – eine Ablehnung, die mir unbegründet und verfehlt erscheint. Meine Kritik ist anderer Art.

(14) Zunächst ist bemerkenswert, dass bei der Diskussion über das Wesen der Analytizität der folgende Widerspruch nicht gesehen wird: dass analytische Sätze einerseits *wahr* sein sollen, andererseits aber nichts über die Wirklichkeit aussagen. Nun ist aber "Wahrheit" als Übereinstimmen von Behauptung und Wirklichkeit definiert. Wie kann wahr sein, was gar keinen Bezug zur Wirklichkeit hat?

Schlimmer noch: analytische Aussagen sind angeblich *notwendig* wahr, und das heißt – in der Interpretation moderner Neometaphysiker –: sie sind *wahr in allen möglichen Welten*.

Ein solcher Anspruch – wahr in allen Welten – ist nicht gerade bescheiden. Er setzt voraus, dass, wer ihn erhebt, ein profundes Wissen über die Beschaffenheit aller möglichen Welten besitzt. Anders könnte er kaum einen solchen Anspruch erheben, es sei denn, er leidet an einem Mangel an Fantasie, sodass er sich keine andere Welt vorstellen kann als eine solche, wie sie ihm die logische Struktur seiner Sprache vorgibt.

(15) Untersuchen wir einmal, ob der Anspruch "wahr in allen möglichen Welten" für analytische Sätze haltbar ist. Nehmen wir als Beispiel das klassische Exempel: "Junggesellen sind unverheiratet".

Die Wahrheit von "Junggesellen sind unverheiratet" gründet, so heißt es, in der Bedeutung der Begriffe, aus denen der Satz gebildet ist. Um sie festzustellen, braucht man bloß die Begriffe zu analysieren. Dann zeigt sich, dass "Junggeselle" als "unverheirateter Mann" definiert ist, und daraus ergibt sich die Wahrheit des Satzes, ohne dass man dazu in die Welt schauen müsste. Daher ist der Satz *in allen möglichen Welten* wahr.

Stimmt das? Keineswegs. Die Behauptung, dass die Wahrheit von "Junggesellen sind unverheiratet" ohne Blick in die Welt festgestellt werden kann, ist ziemlich überzogen. De facto muss man hierfür sehr viel über die Welt wissen, nämlich: dass es darin Männer gibt, dass manche von ihnen verheiratet sind, und manche nicht, und dass ausschließlich letztere als

---

<sup>3</sup> Quines "Zwei Dogmen des Empirismus" gehört angeblich zu den bedeutendsten und einflussreichsten philosophischen Texten des 20. Jhdts. Aber der Angriff, den Quine darin gegen das Begriffspaar "analytisch – synthetisch" reitet, ist plump und unfundiert. – Er fand damit auch nur Gehör in der philosophischen Szene Nordamerikas, die offenbar für marktschreierisches Gehabe mehr anfällig ist als die europäische. Die europäische Philosophie hatte für Quines Attacke nur Kopfschütteln über; hier blieb die Unterscheidung von "analytisch" und "synthetisch" weiterhin anerkannt. – Im Übrigen ist die Replik von Grice & Strawson ("Die Verteidigung eines Dogmas", 1956), die zugunsten dieser Unterscheidung argumentiert, um ein Vielfaches fundierter als Quines Argumentation; und ihr Stil – Gentleman-like und mit smartem Humor – kontrastiert lebhaft zu Quines Gunman-Gebell.

"Junggesellen" bezeichnet werden. Alles dieses Wissen über unsere Welt geht in die Definition von "Junggeselle" als "unverheirateter Mann" ein.

Gewiss: ist "Junggeselle" einmal so definiert, dann braucht der Begriff nur analysiert zu werden, um "unverheiratet" darin zu finden. Aber die Definition, die zwecks Wahrheitsbeweis analysiert wird, ist *a posteriori*. Ich könnte "Junggeselle" nicht als "unverheirateter Mann" definieren, hätte ich mich nicht vorher in der Welt umgesehen.

(16) Prüfen wir nun die Behauptung dass "Junggesellen sind unverheiratet" wahr ist *in jeder möglichen Welt*. Ich halte zwar nichts von "möglichen Welten" (meine Fantasie ist zu beschränkt, um sie mir alle auszumalen); aber spielen wir das (Wort-)Spiel einmal mit: sind Junggesellen wirklich in jeder möglichen Welt unverheiratet?

Es fällt nicht schwer, eine Welt vorzustellen, in der *keine* Männer existieren, auch keine Frauen, sondern ungeschlechtliche Lebewesen – so wie Engel –, die nicht heiraten, sondern lose zusammenleben. Käme nun ein Mögliche-Welten-Bummler in diese Welt und trüge sein Dogma vor, dass "Junggesellen sind unverheiratete Männer" auch hier wahr ist, dann würden die besagten Lebewesen einander verwundert anschauen und – da ihnen die Ausdrücke "verheiratet" und "Männer" unbekannt sind – die Vermutung fassen, dass der Fremde gar keinen sinnvollen Satz, sondern Kauderwelsch redet.

Würde dieser nun beharren, dass der Satz wahr sei *aufgrund der Bedeutung* seiner Begriffe und Zeichen, dann würden sie nur lachen und entgegnen: "Diese Begriffe gibt es bei uns nicht! Und die Zeichen, von denen du redest: sie haben in unserer Welt *keine Bedeutung!*"

Der Mögliche-Welten-Bummler müsste nun einsehen, dass der Satz in dieser Welt nicht wahr sein, weil der Grund seiner Wahrheit – seine Bedeutung – hier nicht gegeben ist.

(17) Aber das ist noch nicht alles, was sich gegen die Mögliche-Welten-Theorie vorbringen lässt. Ein weiterer Einwand ist: dass die Bedeutung mancher Zeichen so sehr an bestimmte Weltzustände gebunden sind, dass sich die Bedeutung der Zeichen ändert, wenn sich die Weltzustände ändern. Dadurch wird auch die Allerwelts-Wahrheit analytischer Sätze fraglich.

Nehmen wir als Beispiel: "Wenn A zeitlich vor B geboren wurde, dann ist A älter als B". Um die Wahrheit des Satzes zu bestimmen, muss man nicht in die Welt schauen und das Geburtsdatum und Alter verschiedener Individuen untersuchen: es genügt die Analyse der Begriffsrelationen. Wer zu früherer Zeit geboren wurde, ist zu einem definierten Zeitpunkt t mit Sicherheit der Ältere.

Darf ich also sicher sein, dass der Satz in alle Zukunft wahr sein wird und – wie der Mögliche-Welten-Spezialist bekräftigt – auch in allen möglichen Welten? Nein. Denn der Satz macht mindestens zwei Voraussetzungen, die auf aposteriorischem Wissen beruhen: erstens, dass die Zeit nur in eine

Richtung verläuft, und zweitens, dass sie für alle Individuen gleich schnell verläuft.

Was Letzteres betrifft, so fällt es nicht schwer, sich eine Welt vorzustellen, in der abrupte lokale Beschleunigungen und Retardierungen des Zeitverlaufs auftreten. Unter diesen Bedingungen ist denkbar, dass die dort lebenden Individuen verschieden schnell altern, und dass manche von ihnen, obwohl früher geboren als andere, noch jünger sind als diese.

So gesehen scheint die Behauptung des Neometaphysikers, dass analytisch wahre Sätze *in allen möglichen Welten* wahr seien, primär auf einem Mangel an Fantasie zu beruhen.

**(18)** Ein anderes Beispiel, das illustriert, wie sehr apriorisch-analytische Sätze auf aposteriorischem Weltwissen beruhen, ist folgendes:

"Wenn A nördlicher liegt als B,  
und B nördlicher als C,  
dann liegt A näher am Nordpol als C".

Natürlich ergibt sich die Wahrheit der Konklusion allein aus der Bedeutung von "nördlicher als": niemand käme auf die Idee, den Sachverhalt auf einer Landkarte nachzumessen. Aber ob er faktisch richtig ist, hängt auch von der planetarischen Realität ab: dass ein äquidistantes Mediansystem und eine annähernd gleichmäßige Kugeloberfläche vorliegt. Ist dies nicht der Fall – z.B. aufgrund räumlicher Verzerrungen der Oberfläche des Planeten –, dann kommt es u.U. zum Abweichen die "analytischen Wahrheit" von der empirischen Realität.

Gleichartige Einwände betreffen im Übrigen auch Tautologien. Wer zum Beispiel sagt, dass "Heute ist Sonntag oder heute ist nicht Sonntag" notwendig wahr sei, setzt voraus, dass ein Wochentageschema gültig ist, das einen Tag namens "Sonntag" enthält. Wo diese Voraussetzung nicht gegeben ist (diese Möglichkeit ist leicht vorstellbar), ist eine solche Tautologie sinnlos.

**(19)** Kurzum: es ist keineswegs so, dass analytisch wahre Sätze in allen möglichen Welten (und zu allen erdenklichen Zeiten) wahr sind. Derartige Behauptungen sind falsch und überzogen; und sie gründen in einer irrigen Auffassung, dass analytische Sätze – weil notwendig *wahr* – mit allen Zuständen der Welt vereinbar wären.

Ich halte dagegen: analytische Sätze sind Aussagen über Begriffsbeziehungen. Sie sind nicht *wahr* (im Sinn der traditionellen Definition von Wahrheit), sondern *formal richtig*. Die Richtigkeit gründet wiederum in Voraussetzungen, insbesondere in den Definitionen von Begriffen, Axiomen oder operativen Regeln. Und es ist klar, dass in die Begriffe und Axiome aposteriorisches Weltwissen einfließt, sodass – was aus ihnen analytisch hergeleitet wird – nichts anderes ist als das Finden von Eiern, die man vorher selber versteckt hat.