Antinomien, die keine sind[1]

(1) Antinomien sind logische Scheinprobleme, die durch fehlerhaften (irrationalen) Sprachgebrauch entstehen. Sie lassen sich zuverlässig vermeiden, wenn die Sprache korrekt verwendet wird. Treten sie irgendwo auf, sind sie ein sicherer Hinweis auf Fehler – etwa in den Definitionen oder deren regulärer Anwendung.

Die Eigenart einer Antinomie besteht darin, dass Wahrheit und Falschheit einander bedingen: ist der Satz X wahr, dann folgt daraus, dass X falsch ist und umgekehrt. Es liegt also nicht ein bloßer Widerspruch vor (wie bei der *Paradoxie*, wo aus wahren Axiomen widersprüchliche Sätze abgeleitet werden), sondern ein wechselseitiges Bedingen von Wahr und Falsch. – Betrachten wir einige Antinomien, um zu sehen, wo der Fehler liegt.

I. Der Barbier, der alle Männer rasiert, die sich nicht selber rasieren

(2) Die Barbier-Antinomie wird oft als Illustration der Russell'schen Antinomie betrachtet, was sie aber nicht ist (wie wir unten sehen werden). In einer typischen Formulierung lautet sie:

In einer Stadt wohnt ein Barbier, der alle Männer der Stadt rasiert, die sich nicht selbst rasieren. Wer aber rasiert den Barbier?

Das Problem, das nun (scheinbar) besteht, ist folgendes:

- Rasiert er sich selbst, dann gehört er zur Gruppe der Männer, die sich selbst rasieren – die also <u>nicht vom Barbier</u> rasiert werden.
- Rasiert er sich nicht selbst, dann gehört er zur Gruppe der Männer, die sich nicht selbst rasieren – die also <u>vom Barbier</u> rasiert werden.

(3) Wie lässt sich das Problem lösen? Vorweg ist festzuhalten, dass die Antinomie auf einer unausgesprochenen Voraussetzung beruht: dass alle Männer der Stadt rasiert werden. Gibt man diese Voraussetzung preis, dann löst sich die Antinomie auf. Dann gibt es drei Gruppen von Männern:
-- solche, die sich selbst rasieren,
-- solche, die vom Barbier rasiert werden,
-- und solche, die unrasiert bleiben.
Der Barbier lässt sich zwanglos der dritten Gruppe zuordnen.

(4) Aber lassen wir die Voraussetzung einmal gelten: dass alle Männer der Stadt rasiert werden, entweder von sich selbst oder vom Barbier. Es gibt also zwei Gruppen:
A: die Gruppe derer, die sich selbst rasieren,
B: die Gruppe derer, die sich nicht selbst rasieren (und daher vom Barbier rasiert werden).

[1] Frage: ist diese Formulierung selber eine Antinomie?

Da es in der Stadt keinen zweiten Barbier gibt, muss unser Barbier sich selbst rasieren und gehört zur Gruppe A. Das ist soweit ganz klar und erzeugt keine Antinomie.

Die Antinomie entsteht dadurch, dass dem Barbier eine widersprüchliche Eigenschaft zugesprochen wird, nämlich: dass er „alle Männer rasiert, die sich nicht selber rasieren". Die Definition dieser Eigenschaft läuft darauf hinaus, dass er zugleich *sich selber rasiert* und *sich nicht selber rasiert*. Ihre Formulierung verschleiert nämlich, dass gilt:

> „sich nicht selber rasieren" ↔ „vom Barbier rasiert werden".

Angewendet auf den Barbier, heißt das:

> „sich nicht selber rasieren" ↔ „von sich selber rasiert werden (bzw. „sich selber rasieren")"

Würde diese Definition offen ausformuliert, dann lautete die obige Frage:

> „Wer rasiert das Individuum, das sich nicht selber rasiert und daher sich selber rasiert?"

Jetzt erkennt man leicht, dass die Definition dieses Individuums eine Contradictio in Adjecto enthält, weshalb es ein solches Individuum nicht geben kann. Die Frage ist also Nonsens.

(5) Dass die Barbier-Antinomie trotzdem für ein ernstes logisches Problem gehalten wurde, liegt an einem *psychologischen* Moment, das ihr innewohnt. Sie suggeriert nämlich durch die Formulierung „Wer rasiert den Barbier...?", dass dieser Barbier existiert (oder existieren könnte). Nun ist aber klar, dass ein Ding mit widersprüchlichen Eigenschaften nicht existieren kann. Daher ist die Frage von vornherein sinnlos. Dies wird bei anderen Fragen leicht erkannt, wie zum Beispiel: „Gehört der viereckige Kreis zu den runden oder eckigen Figuren?" Kein Mensch verfiele darauf, hier ein echtes logisches Problem zu sehen (Logiker vielleicht ausgenommen), weshalb auch niemand lange über eine Lösung nachdenken würde. Bei der Barbier-Antinomie aber merkt man nicht gleich, dass hier von einem unmöglichen Objekt die Rede ist und beginnt, an dem Problem zu tüfteln.

II. Die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten

(6) Die Antinomie von der Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten, heißt – nach ihrem (Er-)Finder – *Russell'sche Antinomie*:

Man bilde die Mengen aller Mengen, die sich <u>nicht</u> selber enthalten. Da diese "Supermenge" sich selber nicht enthält, muss auch sie dazu genommen werden. Wird sie aber dazu genommen, dann enthält sie sich selbst – und gehört folglich nicht zur Menge aller Mengen, die sich selbst nicht enthalten.

Der Widerspruch beruht auf einer konfusen (unklaren) Vorstellung von der Bedeutung des Wortes "Menge". Es kommen hier zwei Mengenbegriffe ins Spiel, die miteinander unvereinbar sind. Betrachten wir die Details:

(7) Eine Menge ist eine Vielheit von Individuen (Elementen). Das Verhältnis von Menge und Elemente kann auf zweifache Weise bestimmt werden:
-- In der Alltagssprache sagen wir, dass eine Menge aus Elementen *besteht*. Das heißt, dass die Elemente die Menge *konstituieren*.
-- Davon abweichend sagen die Mathematiker und (mathematischen) Logiker, dass die Menge *Elemente enthält*. Das ist ein anderer Gebrauch des Ausdrucks, was zur Folge hat, dass auch der Mengenbegriff ein anderer ist.[2]

Der Ausdruck „Menge“ ist somit äquivok – und das hat Konsequenzen:

- Die Menge, die aus Elementen besteht, ist mit der Gesamtheit dieser Elemente identisch. Habe ich sieben Nüsse, so besteht die Menge aus diesen sieben Nüssen. Nehme ich einzelne Nüsse weg, so wird die Menge kleiner. Ist nur noch eine Nuss da – dies ist der Grenzfall der sinnvollen Verwendung dieses Mengenbegriffs –, dann ist die Menge mit ihrem (einzigen) Element identisch. Ist keine Nuss mehr da, existiert auch keine Menge mehr. – Dies ist die *extensive* Auffassung von „Menge“
- Die Menge, die Elemente enthält, ist etwas von diesen Elementen Verschiedenes: sie ist eine Art (gedachter) Behälter. Von dieser Menge kann nicht gesagt werden, dass sie kleiner oder größer sei als andere Mengen – man kann nur sagen, dass sie mehr oder weniger Elemente enthält. Nur bei dieser Art der Menge ist es sinnvoll, von einer *leeren Menge* zu reden, was heißt, dass in dem Behälter kein Element ist. Die Menge ist also ein eigenständiges Objekt, das unabhängig von ihren Elementen existiert. – Wir wollen dies als *intensive* Auffassung von „Menge“ bezeichnen.

(8) Auf der Basis der Unterscheidung von extensivem und intensivem Mengenbegriff erweist sich die Formulierung: „eine Menge, die *sich selbst enthält*“ als sprachlicher Unfug.

- Eine Menge – aufgefasst als Behälter – kann sich nicht selber enthalten: sie enthält ausschließlich *Elemente* (so wie ein Eimer sich nicht selber enthalten kann).
- Eine Menge – aufgefasst als Gesamtheit von Elementen – kann sich ebenfalls nicht selber enthalten, sondern sie wird aus Elementen *konstituiert*. Eine Besonderheit ist hierbei jene Menge, die aus *nur einem* Element besteht: in diesem Fall sind Element und Menge identisch. Doch auch hier wäre es falsch zu sagen: die Menge *enthält* sich selbst.

Eine Menge, deren Elemente Mengen sind, ist eine Menge höherer Stufe. Auch für solche Mengen ist wieder zu klären: ist der Mengenbegriff extensiv oder intensiv gemeint? Wiederum kann man nämlich sagen: viele Mengen *konstituieren* eine Menge höherer Stufe (= extensiv), oder viele Mengen sind in der Menge höherer Stufe *enthalten* (= intensiv). Die Russell‘sche Antinomie kommt dadurch zustande, dass diese Unterscheidungen nicht beachtet werden. – Erörtern wir sie an ihrer bekanntesten Illustration:

[2] vgl. dazu meinen Essay "Über leere Mengen"

III. Der Katalog aller Kataloge, die sich nicht selbst enthalten

(9) Dies ist das klassische Szenario, an dem die Russell'sche Antinomie veranschaulicht wird:

> *In einer Bibliothek gibt es zwei Arten von Katalogen: solche, die nur Angaben zu den Büchern enthalten (= A-Kataloge), und solche, die auch Angaben zu sich selbst enthalten (= B-Kataloge). Der Bibliothekar erstellt nun einen neuen Katalog, der alle Kataloge auflistet, die nur Angaben zu den Büchern enthalten, aber nicht zu sich selbst (also alle A-Kataloge). Zu welcher Gruppe gehört der neue Katalog, zu den A- oder B-Katalogen?*

Da er alle Kataloge auflistet, die nicht sich selbst enthalten, muss er auch sich selbst auflisten. Doch wenn er sich selbst auflistet, gehört er nicht mehr zu den Katalogen, die nur Angaben über Bücher enthalten. In diesem Fall darf er sich nicht selbst enthalten.

(10) Das Rätsel lässt sich lösen durch Neuformulierung des Szenarios unter Beachtung einer sprachlichen Differenzierung:

> In einer Bibliothek gibt es zwei Arten von Katalogen: solche, die nur Angaben zu den Büchern enthalten und solche, die auch Angaben zu sich selbst enthalten. Nun legt der Bibliothekar ein *Verzeichnis* aller Kataloge an, die nur Angaben zu den Büchern enthalten. Das Verzeichnis gehört selber nicht zu den Katalogen, sondern ist eine Liste derselben. Daher ist das Kriterium „Katalog, der nicht sich selbst enthält", darauf nicht anwendbar. Die Frage, zu welcher Gruppe von Katalogen das Verzeichnis gehört, ist also sinnlos: weil das Verzeichnis nicht zu den Katalogen gehört.

Man sieht: durch die Verwendung verschiedener Worte für verschiedene Dinge kann der Irrtum leicht vermieden werden. Werden hingegen verschiedene Dinge mit dem gleichen Ausdruck – "Menge", "Katalog" – bezeichnet, dann sind den Verwirrungen Tür und Tor geöffnet.

Zu beachten ist auch, dass die geläufige Phrase: „der Katalog, der *sich selbst* enthält" suggeriert, dass von Katalogen *als physischen Objekten* die Rede sei. Gemeint sind jedoch Kataloge, die *Angaben* über sich selber enthalten. Damit ist der Katalog eindeutig eine intensionale Menge (im obigen Sinn), also eine Art Behälter für Einträge. Die korrekte Formulierung müsste lauten: „das Verzeichnis, das alle Kataloge auflistet, die keine Angaben über sich selber enthalten".

IV. Der Kreter, der lügend die Wahrheit sagt

(11) *Der Kreter Epimenides sagt: alle Kreter sind Lügner* – diese Fassung des „Lügner-Paradoxons" ist allgemein bekannt. Damit es als Paradoxon erscheint, setzt es allerdings voraus, dass ein *Lügner* jemand ist, der immer die Unwahrheit sagt (d.h. von Falschem behauptet, dass es wahr ist, und umgekehrt). Das ist zwar nicht die korrekte Bedeutung von „Lügner"; aber nehmen wir es einmal so an.

Dann ergibt sich folgende Situation:
Wenn der Kreter E. sagt, dass alle Kreter lügen, dann lügt er selber auch. Somit ist seine Aussage falsch. Wahr ist dann: dass nicht alle Kreter lügen, sondern (wenigstens) einige die Wahrheit sagen.

Daraus folgt, dass E. ein Lügner ist, weil er behauptet, dass alle Kreter lügen, während de facto einige Kreter die Wahrheit sagen, und andere – unter ihnen E. – lügen. – Wo, bitte, ist da eine Antinomie?[3]

(12) Allerdings liegt das Problematische des Lügner-Paradoxons woanders, nämlich in einem Irrtum über die Art seiner Begründung. – Betrachten wir dazu das folgende Beispiel:

„Peter sagt: heute regnet es".

Dieser Satz ist wahr, wenn Peter sagt, dass es heute regnet, und falsch, wenn er es nicht sagt. Ob es heute regnet oder nicht (ob Peters Äußerung selber wahr oder falsch ist), spielt dabei keine Rolle.

Ganz gleich verhält es sich mit: „Der Kreter E. sagt: *Alle Kreter lügen*".
Der Satz ist wahr, wenn E. *sagt, dass alle Kreter lügen*. Der Satz drückt einen empirischen Sachverhalt aus, und seine Wahrheit wird allein daran bemessen, ob zutrifft, was er ausdrückt. Hat E. die Äußerung getan, dann ist er wahr; hat er sie nicht getan, ist er falsch.

Somit hat der Satz nichts von einer Antinomie an sich. Selbst wenn „Alle Kreter lügen" wahr wäre, berührte dies nicht die Faktenfrage, ob der Kreter E. die Äußerung getan hat – und nur darauf kommt es (im Sinn der Korrespondenztheorie der Wahrheit) an.

(13) Ein weiterer Fehler, der bei der traditionellen Interpretation des Lügner-Paradoxons begangen wird, ist: dass der Äußerung des E. („Alle Kreter sind Lügner") ungeprüft ein Wahrheitswert zugestanden wird. Es wird einfach gesetzt, sie sei wahr. Aber sie kann gar nicht wahr sein, aus zwei Gründen.

Erstens ist sie eine universelle empirische Feststellung. Um sie zu verifizieren, müssten alle Äußerungen aller historischen, gegenwärtigen und zukünftigen Kreter überprüft werden – ein Ding der Unmöglichkeit. Folglich ist „Alle Kreter lügen" allenfalls eine bewährte Hypothese. Aus der bewährten Hypothese, dass bisher alle Kreter gelogen haben, folgt aber nicht, dass auch E. lügt.

Zweitens gerät man bei ihrer Wahrheitsfeststellung in einen Zirkel. Denn sie ist nur wahr, wenn alle ihre Instanzen (die Aussagen der Kreter) falsch sind – jedoch gehört sie selber zu diesen Instanzen. Man kann also ihre Wahrheit erst konstatieren, nachdem zuvor ihre Falschheit erwiesen wurde: auf diese Weise kommt man nie zu einem Wahrheitswert.

---

[3] Analog verhält es sich beim Satz des Skeptikers: „Es gibt keine Wahrheit!" Das heißt: "Alle Sätze sind falsch." Schließt der Satz sich selber ein, dann ist auch er falsch. Also gilt seine Verneinung: "Nicht alle Sätze sind falsch", was heißt, dass einige Sätze wahr sind (wozu er selber aber nicht gehört).

V. Lügende Sätze

(14) Einige weitere Antinomien entstehen dadurch, dass nicht der Kreter, sondern der Satz selber lügt:

- *Auf einem Blatt Papier steht ein einziger Satz, der lautet: „Der einzige Satz auf diesem Blatt Papier ist falsch."*
- *Dieser Satz ist falsch.*
- *Was ich jetzt sage, ist falsch (Ich lüge jetzt).*

Der Grund für diese Antinomien besteht in der Vermengung von objektsprachlicher und metasprachlicher Ebene. Aussagen über den Wahrheitswert eines Satzes (sog. epistemische Urteile) sind immer Aussagen auf einer höheren logischen Ebene – es sind Aussagen *über* den Satz. Daher kann kein Satz sein eigenes epistemisches Urteil aussprechen oder enthalten.

(15) Ein Satz, der über sich selbst etwas aussagt, ist kein regulär gebildeter Satz, sondern ein monströses Artefakt: zugleich Objektsprache und Metasprache. Um sich eine Vorstellung vom Missklang solcher Hybridgebilde zu machen, betrachte man Formulierungen wie:

- Dieses Auto hat vier Buchstaben.
- „Auto" hat 200 PS.
- „Dieses Auto hat 200 PS" ist brandneu.

Während uns bei solchen Beispielen der Unsinn gleich auffällt, ist er bei den obigen Lügensätzen schwerer zu erkennen. Aufgrund ihrer Hybridstruktur sind die Lügensätze keine korrekt gebildeten Sätze und können folglich auch keinen Wahrheitswert haben.

(16) Im Übrigen ist zu bedenken, dass epistemische Urteile (Sätze, die einen Wahrheitswert aussagen) selber keinen Wahrheitswert haben. Hätten sie einen – dann müsste er in einem eigenen Satz festgestellt werden, der auf noch höherer Stufe steht. Dessen Wahrheitswert ebenso, usw. – man käme in einen unendlichen Regress:

objektsprachliche Ebene:	**p**
1. metasprachliche Ebene:	**p** ist wahr
2. metasprachliche Ebene:	(**p** ist wahr) ist wahr
3. metasprachliche Ebene:	((**p** ist wahr) ist wahr) ist wahr
4. metasprachliche Ebene:	(((**p** ist wahr) ist wahr) ist wahr) ist wahr

usw.

Tatsache ist, dass nur *objektsprachliche* Sätze wahr oder falsch sein können. Und ihr Wahrheitswert wird nur auf der ersten metasprachlichen Ebene ausgesagt. Die Missachtung dieser Zuordnung ist eine Quelle mehrerer Antinomien, so auch der nächsten:

VI. Die vereinigten Lügner von Athen

(17) Auf folgende Weise schaffen es die vereinigten Lügner von Athen, eine (vermeintliche) Antinomie zu erzeugen:

> *Plato und Sokrates stehen auf der Agora, zeigen aufeinander und sagen zur gleichen Zeit: „Was er soeben sagt, ist falsch!“*

Hier bezieht sich der Satz des Plato auf den des Sokrates, und umgekehrt. Somit scheint die Forderung erfüllt, dass der Wahrheitswert eines Satzes nur von einem anderen Satz (auf der metasprachlichen Ebene) festgestellt werden kann. Zugleich konstatiert jeder die Falschheit des anderen Satzes, wodurch eine scheinbar unauflösbare Antinomie entsteht.

Aber nur scheinbar. Denn, wie oben gesagt: epistemische Urteile besitzen selber keinen Wahrheitswert. Daher kann die Feststellung des Sokrates, dass Plato lügt, sich nicht auf dessen epistemisches Urteil beziehen, dass Sokrates lügt; und umgekehrt. – Die vereinigten Lügner sind keine *Lügner*, sondern nur Fasler.

VII. Hilberts Hotel

(18) *Hilberts Hotel* ist keine Antinomie, sondern eine *Paradoxie*: sie wurde ersonnen, um die wunderlichen Konsequenzen des (mathematischen) Unendlichkeitsbegriffs zu „veranschaulichen“.

Es versteht sich, dass diese Konsequenzen (und die ganze Paradoxie) nur durch einen Sprachirrtum zustande kommen: durch ein falsches Verständnis von „unendlich viel“ als eines Zahlwerts – statt, was es in Wahrheit ist: eines Adverbs. – Hören wir zunächst die „Paradoxie“:

> *Hilberts Hotel hat unendlich viele Zimmer, und alle sind belegt. Somit ist das Hotel eigentlich voll. Dennoch gibt es kein Problem, wenn ein weiterer Gast ankommt: auch er kriegt ein Zimmer, und zwar das Zimmer 1. Dazu muss der bisherige Insasse von Zimmer 1 ins Zimmer 2 umziehen, der von Zimmer 2 ins Zimmer 3, der von Zimmer 3 in Zimmer 4 usf. Da das Hotel unendlich viele Zimmer hat, ist ein solcher Umzug kein Problem.*
>
> *Klar, dass bei dieser Vorgangsweise auch die Ankunft eines Busses mit 30 neuen Gästen dem Hoteldirektor kein Kopfzerbrechen bereitet. Sogar die Ankunft unendlich vieler Busse mit jeweils unendlich vielen Insassen ist kein Anlass, sich wegen ihrer Unterbringung zu sorgen: alle erhalten ein Zimmer. So ist das eben, wenn ein Hotel unendlich viele Zimmer hat.*

(19) Um das Erstaunliche an Hilberts Hotel hervorzuheben, wird die Geschichte gerne mit mathematischen Formeln unterlegt, die dann lauten:

- „unendlich + 1 = unendlich“ bzw.
- „unendlich + 30 = unendlich“ bzw.
- „unendlich + unendlich = unendlich“.

Diese Formeln sind Schwachsinn: sie stellen den Ausdruck „unendlich viele“ als einen Zahlwert hin, während er in Wahrheit ein ganz andere Bedeutung hat, nämlich: dass ein operativer Schritt (hier: das Hinzufügen eines Zimmers) *beliebig oft wiederholt* werden kann[4].

Es ist also nicht so, dass das Hilbert Hotel unendlich viele Zimmer hat, sondern dass unbegrenzt oft ein Zimmer (das vorher nicht da war) *hinzugefügt werden kann*.

Die richtige Vorstellung vom „Hilbert-Hotel“ ist demnach folgende: das Hotel hat eine bestimmte Anzahl an (belegten) Zimmern, und jedes Mal, wenn ein weiterer Gast kommt, baut der Hoteldirektor *ein weiteres Zimmer dazu*. Das kann er beliebig oft (= endlos) wiederholen: in exakt diesem Sinn hat das Hotel *unendlich viele Zimmer*. Und daran ist gar nichts Paradoxes.

VIII. Die Logik der Rechtsverdrehung (Protagoras und Euathlos)

(20) Eine altüberlieferte Antinomie (eigentlich: Paradoxie) ist diejenige vom Rechtsstreit zwischen Protagoras und seinem Schüler Euathlos.

> *Protagoras lehrte Euathlos die Rechtskunde. Weil Euathlos kein Geld hatte, um Protagoras seinen Lohn zu zahlen, vereinbarten sie folgendes: das Honorar des ersten Prozesses, den Euathlos gewinnt, soll dem Protagoras zustehen.*
>
> *Nach Abschluss der Ausbildung führte Euathlos aber keine Prozesse, sodass Protagoras vergeblich auf seinen Lohn wartete. Er verklagte ihn daraufhin, wobei er sicher war, auf diese Weise zu seinem Geld zu kommen, denn:*
> - *gewinnt Euathlos den Prozess, dann hat er (Euathlos) seinen ersten Prozess gewonnen und muss Protagoras vereinbarungsgemäß das Honorar zahlen;*
> - *verliert Euathlos den Prozess, dann verfügt das Gericht, dass er (Euathlos) das Honorar bezahlen muss.*
>
> *Im Gegenzug war sich auch Euathlos sicher, dass die Sache zu seinen Gunsten ausgehen würde, denn:*
> - *verliert er (Euathlos) den Prozess, braucht er vereinbarungsgemäß kein Honorar zahlen, weil er den Prozess nicht gewonnen hat;*
> - *gewinnt er (Euathlos) den Prozess, dann braucht er gemäß Spruch des Gerichts das Honorar nicht zahlen.*

(21) Die Paradoxie zwischen den beiden Standpunkten ist eine scheinbare; sie ergibt sich daraus, dass *zwei verschiedene Rechtsquellen* angerufen werden, um das (Nicht-)Zahlen des Honorars zu erwirken:

A) die Vereinbarung zwischen Protagoras und Euathlos, und
B) der Spruch des Gerichts.

[4] vgl. dazu meinen Essay: "Paradoxien des Unendlichen"

Die beiden Rechtsquellen A und B regeln aber die Verpflichtung zur Bezahlung des Honorars auf gegensätzliche Weise:

Die Vereinbarung (A) legt fest:
A-1) Euathlos gewinnt den Prozess → muss Honorar bezahlen,
A-2) Euathlos verliert den Prozess → muss Honorar nicht bezahlen.

Der Gerichtsspruch (B) legt indessen fest:
B-1) Euathlos gewinnt den Prozess → muss Honorar nicht bezahlen,
B-2) Euathlos verliert den Prozess → muss Honorar bezahlen.

(22) Die beiden Streithansel nehmen nun, um ihren Standpunkt zu begründen, jeweils jene Verfügung in Anspruch, die für sie die günstige ist:

Protagoras sagt: wenn Euathlos den Prozess gewinnt, dann gelte A-1!
wenn Euathlos den Prozess verliert, dann gelte B-2!

Euathlos sagt: wenn ich den Prozesse verliere, dann gelte A-2!
wenn ich den Prozess gewinne, dann gelte B-1!

Indem sich beide – in selektiver Weise – auf Verfügungen verschiedener Rechtsquellen berufen, die miteinander unvereinbar sind, ergibt sich die (scheinbare) Paradoxie. Ein Lehrstück der Rechtsverdreherei!

IX. Achilleus und die Schildkröte

(23) Die Paradoxie von der uneinholbaren Schildkröte gilt heute kaum mehr als echte Paradoxie, da der Fehler, der das erstaunliche Ergebnis erzeugt, schon mehrfach aufgedeckt und dargelegt wurde.

Worin er besteht, lässt sich mit zwei Graphiken veranschaulichen. Die Graphiken (Weg x Zeit Diagramme) zeigen Momentaufnahmen von fünf Zeitpunkten des Wettlaufs zwischen Achilleus (A) und der Schildkröte (S), nämlich: T0 (= Start) sowie T1 bis T4:

(24) Die erste Graphik zeigt, wie das Wettrennen faktisch verläuft. Zu den Zeitpunkten T1 und T2 kommt Achilleus der Schildkröte immer näher, zum Zeitpunkt T3 hat er sie bereits überholt.

```
————————————————————————→ Laufrichtung
T0:  A           S
T1:       A        S
T2:             A  S
T3:                  S A
T4:                   S     A
```

Sowohl A als auch S laufen mit konstanter Geschwindigkeit, was sich in der Graphik daran zeigt, dass ihre jeweiligen Positionen sich durch eine gerade Linie (gedanklich) verbinden lassen.

(25) Die zweite Graphik zeigt, wie das Wettrennen nach der Paradoxie verläuft. Achilleus kommt der Schildkröte zwar immer näher, erreicht sie aber nie.

⟶ Laufrichtung							
T0:	A			S			
T1:		A			S		
T2:			A			S	
T3:				A			S
T4:					A		S

(26) Der Vergleich der beiden Graphiken deckt aus, worin der Schwindel liegt, der die Paradoxie erzeugt: nämlich darin, dass Achilleus zunehmend langsamer läuft, während die Schildkröte ihre konstante Geschwindigkeit beibehält.

Man sieht: die Verbindungslinie der A-Punkte ergibt in der ersten Graphik eine Gerade (= konstante Geschwindigkeit), in der zweiten Graphik hingegen eine Hyperbel. Diese zeigt an, dass Achilleus in gleichen Zeitintervallen nur mehr jeweils die halbe Strecke des vorherigen Intervalls zurücklegt.

Die Paradoxie beruht also auf der (unausgesprochenen) Voraussetzung, dass Achilleus sukzessive langsamer läuft, während die Schildkröte ihre Geschwindigkeit konstant beibehält. Dieser Sachverhalt wird bei der Schilderung des Wettlaufs verschleiert. Dort wird – während die Strecke in immer kleinere Teile geteilt wird – nicht dazu gesagt, dass für die Zurücklegung der (gleichen) Teilstrecken Achilleus und die Schildkröte jeweils unterschiedliche Zeiten benötigen.