

Neotraditionelle Quantorenlogik III

© Viktor Weichbold (2009)

Der dritte Teil des Essays beinhaltet eine formalisierte Version der traditionellen (auf Aristoteles zurückgehenden) Syllogistik.

Die Grundlagen der Formalisierung sind in den beiden vorangehenden Essays (Teil I: Grundlagen, Teil II: Monologistik) dargestellt. Es ist vorteilhaft, sich zuerst mit jenen zu befassen, um einen leichteren Zugang zum folgenden Text zu gewinnen.

Teil III: Neotraditionelle Syllogistik

3.1. Traditionelle Syllogistik

Syllogismen sind Schluss schemata, d.h. Arrangements von Sätzen, die aus zwei Vordersätzen einen Folgesatz herleiten lassen. Die Vordersätze heißen "Prämissen", der Folgesatz "Konklusion". Schemata, die bei wahren Prämissen notwendig eine wahre Konklusion liefern, heißen "gültige Syllogismen".

Die traditionelle Logik kennt vier Typen des Arrangements: sog. "Figuren". Die einzelnen Figuren unterscheiden sich durch die Position von Subjekt-, Prädikat- und Mittelbegriff (S, P, M) in den zwei Prämissen (vgl. Tab. 3-1):

Tabelle 3-1: Schemata der traditionellen Schlussfiguren

	1. Figur	2. Figur	3. Figur	4. Figur
erste Prämisse	M-P	P-M	M-P	P-M
zweite Prämisse	S-M	S-M	M-S	M-S
Konklusion	S-P	S-P	S-P	S-P

Beispiele für einen Syllogismus

der 1. Figur :

Alle Terroristen sind wahnsinnig
Einige Moslems sind Terroristen
Einige Moslems sind wahnsinnig

der 3. Figur:

Einige Baiern trinken gern Bier
Alle Baiern sind Deutsche
Einige Deutsche trinken gern Bier

Der Mittelbegriff (hier: "Terroristen" bzw. "Baiern") verbindet die beiden Prämissen. Er fällt in der Konklusion weg; hier werden der Subjekt- und der Prädikatbegriff direkt verknüpft.

Die Grundlage dieser Verknüpfung sind quantitative Beziehungen zwischen den Extensionen des Subjekt-, Prädikat- und Mittelbegriffs. Die Beziehungen werden durch Quantoren ausgedrückt: z.B. "alle S sind P" (SaP) oder "einige M sind P" (MiP) oder "kein P ist M" (PeM), usw.

Da es 4 quantifizierende Urteilstypen gibt (a, e, i, o), können pro Figur 16 verschiedene Prämissenkonstellationen gebildet werden. Die Konstellationen werden "Modi" genannt. Bei der 1. Figur lauten sie (Tab. 3-2):

Tabelle 3-2: Die Modi der 1. Figur

1. Prämisse	MaP	MeP	MiP	MoP
2. Prämisse	SaM	SaM	SaM	SaM
oder	SeM	SeM	SeM	SeM
oder	SiM	SiM	SiM	SiM
oder	SoM	SoM	SoM	SoM

Bei 4 Figuren ergeben sich insgesamt $4 \times 16 = 64$ Modi. Nur einige von ihnen bilden gültige Schlusschemata, d.h. liefern bei wahren Prämissen notwendig eine wahre Konklusion. Die Untersuchung, welche Modi gültig sind, ist die Aufgabe der Syllogistik. Die traditionelle Syllogistik löst diese Aufgabe vor allem mittels Euler- und Venn-Diagrammen; die neotraditionelle Syllogistik leitet die gültigen Schlusschemata aus den Axiomen und Theoremen des quantorenlogischen Systems her.

3.2. Logische Struktur neotraditioneller Syllogismen

Neotraditionelle Syllogismen bestehen im Regelfall aus zwei Prämissen und einer Konklusion. Sie besitzen die allgemeine Struktur:

- 1. Prämisse: $\bullet x(Ax \rightarrow Bx)$
- 2. Prämisse: $\bullet x(Bx \rightarrow Cx)$
- Konklusion: $\bullet x(Ax \rightarrow Cx)$

Aussagenlogisch betrachtet lautet das Schlusschema hier: $A \rightarrow B, B \rightarrow C$, daher $A \rightarrow C$. Die Gültigkeit dieses Schemas wird als gegeben angenommen (aussagenlogische Tautologie); d.h.: werden wahre Prämissen eingesetzt, dann folgt zuverlässig eine wahre Konklusion.

Allerdings wird diese Gültigkeit im logischen Kraftfeld von Quantoren eingeschränkt. Zu bedenken ist, was in 1.9. (Metalogik der Quantoren) gesagt wurde: dass nur der *universell behahende Quantor* die Wahrheit aller subsumierten Sätze behauptet. Steht also in der Prämisse ein Allquantor, dann ist gewährleistet, dass die Prämisse wahr ist. Bei Setzung zweier universell behahender Prämissen ist die Bedingung für *beide* Prämissen erfüllt: die Konklusion ist dann sicher wahr – und ebenfalls universell behahend.

Auf dieser Basis lautet das *1. neotraditionelle Schlusschema (NTS1)*:

- 1. Prämisse: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$
- 2. Prämisse: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$
- Konklusion: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$

Wie verhält es sich mit *partikulär behahenden* Prämissen? Der Quotiententyp I ("einige x sind P") impliziert, dass nur *ein Teil* der subsumierten Sätze wahr ist. Liegt eine partikulär behahende Prämisse vor, so besteht die Gültigkeit des Schlusschemas nur für diesen Teil der Sätze. Sie besteht außerdem nur unter

der Voraussetzung, dass die zweite Prämisse eine Aussage über genau denselben Teil der Sätze macht – da andernfalls die beiden Teilmengen unverbunden nebeneinander stehen. Diese Voraussetzung ist nur dann erfüllt, wenn die zweite Prämisse *universell bejahend* ist: dann ist gesichert, dass die Teilmenge der wahren Sätze aus der ersten Prämisse in der Menge der zweiten inkludiert ist.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich das 2. *neotraditionelle Schlusschema* (NTS2):

1. Prämisse: $\square x(Ax \rightarrow Bx)$
2. Prämisse: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$
- Konklusion: $\square x(Ax \rightarrow Cx)$.

Mit diesen beiden Schlusschemata – deren Gültigkeit hiermit als hinreichend begründet angenommen wird – gelingt es, alle gültigen Modi der traditionellen Syllogistik nachzubilden bzw. als gültig aufzuweisen. Das heißt, alle gültigen syllogistischen Schlüsse lassen sich auf eines dieser beiden Schlusschemata zurückführen.

3.3. Logische Umformungen

Schlusschemata, deren Prämissen nicht die Quotientenstruktur besitzen, wie sie NTS1 und NTS2 erfordern, müssen umgeformt werden. Zum Beispiel:

"Kein Gott ist sterblich": $\square x(Gx \rightarrow Sx)$
 "Alle Menschen sind sterblich": $\blacksquare x(Mx \rightarrow Sx)$
 "Kein Gott ist ein Mensch": $\square x(Gx \rightarrow Mx)$

Um die Gültigkeit dieses Schemas neotraditionell zu beweisen, muss es entweder auf NTS1 oder NTS2 zurückgeführt werden. Dazu müssen die Prämissen umgeformt werden, wobei folgende Operationen zulässig sind:

- Äquivalenzumformungen (ÄQU) von Quotienten: d.h. äquivalente Quotienten dürfen füreinander ausgetauscht werden – vgl. dazu die Tabellen 1-1 und 1-3 (Teil I, Grundlagen);
- tautologische Umformungen von Termen bei universell bejahenden Quotienten: z.B. nach dem Modus tollens (MT);
- monologistische Schlüsse (MLS) gemäß den im Teil II hergeleiteten gültigen Schlusschemata, z.B. die Konversionen:
 " $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$, daher $\square x(Bx \rightarrow Ax)$ " und
 " $\square x(Ax \rightarrow Bx)$, daher $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ ".

3.4. Schlussfamilien

Die Satzvariablen "Ax", "Bx" und "Cx" in den obigen Schlusschemata sind Analoga zum Subjekt-, Mittel- und Prädikatbegriff (S, M, P) der traditionellen Syllogismen. Dabei repräsentiert "B" den Mittelbegriff, "A" den Subjekt-, und "C" den Prädikatbegriff, bzw. bildet "Ax" den Subjektsatz, "Bx" den Mittelsatz, und "Cx" den Prädikatsatz.

Die Analogie ist allerdings beschränkt: in der traditionellen Syllogistik steht der Prädikatbegriff immer in der ersten Prämisse (als "terminus maior", d.h. Term mit der größeren Extension), der Subjektbegriff immer in der zweiten. In der neotraditionellen Syllogistik ist es umgekehrt.

Wie S, P und M können auch die drei Satzvariablen Ax, Bx und Cx verschiedene Positionen innerhalb der Prämissen eines Schlusschemas einnehmen. Dies ergibt in der traditionellen Syllogistik die schon erwähnten vier *Figuren* (vgl. 3.1.), die in der neotraditionellen Syllogistik als "*Schlussfamilien*" bezeichnet werden (vgl. Tab. 3-3):

Tabelle 3-3: Die vier Schlussfamilien

	1.Familie	2.Familie	3.Familie	4.Familie
1.Prämisse:	$Ax \rightarrow Bx$	$Ax \rightarrow Bx$	$Bx \rightarrow Ax$	$Bx \rightarrow Ax$
2.Prämisse:	$Bx \rightarrow Cx$	$Cx \rightarrow Bx$	$Bx \rightarrow Cx$	$Cx \rightarrow Bx$
Konklusion:	$Ax \rightarrow Cx$	$Ax \rightarrow Cx$	$Ax \rightarrow Cx$	$Ax \rightarrow Cx$

Versehen mit Quantoren, liefert jede Familie 16 mögliche Konstellationen ihrer Prämissen (2 Prämissen à 4 Quotiententypen = $2^4 = 16$). Die Konstellationen – in der traditionellen Syllogistik die "Modi" – heißen hier "Kinder".

Bei 4 Familien zu je 16 Kindern gibt es insgesamt 64 Kinder, von denen aber nur einige gültige Schlusschemata bilden. Die Gültigkeit eines Schemas wird erwiesen, indem es durch Umformung in ein Schema der Form NTS1 oder NTS2 überführt wird. NTS1 und NTS2 werden als gültig vorausgesetzt. Die Umformungen erfolgen gemäß den in 3.3. beschriebenen Regeln.

Die 4 neotraditionellen Familien entsprechen den 4 Figuren der traditionellen Logik nur teilweise. Zum Einen steht der Subjektbegriff ("A" bzw. "S") bei den neotraditionellen Schlüssen immer in der 1. Prämisse, bei den traditionellen immer in der 2. Prämisse. Zum Anderen stimmt die Zählung der Figuren nicht völlig überein: nur die 2. und 3. Figur entsprechen der 2. und 3. Familie. Die 1. Figur hingegen entspricht der 4. Familie, und umgekehrt.

3.5. Gültige Schlusschemata

Gültig sind alle Schlusschemata (Kinder), die – durch Umformung der Prämissen gemäß den Regeln in 3.3. – in ein Schlusschema der Form NTS1 oder NTS2 überführt werden können. Die gültigen Schlusschemata einer Familie werden "legitime Kinder" genannt. Sie erhalten dreisilbige Namen, deren Vokalfolge den Quotiententyp in den Prämissen und in der Konklusion wiedergibt¹. Einige Beispiele:

"Barbara": 1. Prämisse vom A-Typ (■),
 2. Prämisse vom A-Typ (■),
 Konklusion vom A-Typ (■)

¹ Solche Namen wurden – offenbar zu rein mnemotechnischen Zwecken – bereits vom mittelalterlichen Logiker Petrus Hispanus für die gültigen Schlusschemata der traditionellen Syllogistik eingeführt.

"Pietro": 1. Prämisse vom I-Typ (■),
2. Prämisse vom E-Typ (□),
Konklusion vom O-Typ (■¬).

"Vasili": 1. Prämisse vom A-Typ (■),
2. Prämisse vom I-Typ (■),
Konklusion vom I-Typ (■).

Eine alternative Möglichkeit der Namensgebung besteht darin, dass das Konsonantengerüst des Merkworts die Familienstruktur des Syllogismus abbildet, d.h. die Position von Subjekt-, Mittel- und Prädikatbegriff (S, M, P). In diesem Fall haben die Merkwörter der Kinder

- der 1. Familie das Gerüst "S-MM-P-",
- der 2. Familie das Gerüst "S-MP-M-",
- der 3. Familie das Gerüst "M-SM-P-",
- der 4. Familie das Gerüst "M-SP-M-",

Die Bindestriche sind mit den Vokalen der Quotiententypen aufzufüllen, die einen gültigen Schluss ergeben. Das Schema "Barbara" der 1. Familie lautet dann "SAMMAPA".

3.6. Quotienten mit negiertem Subjektbegriff

Eine Besonderheit der neotraditionellen Syllogistik besteht darin, dass in ihren Schlusschemata auch der Subjektbegriff bzw. Subjektsatz verneint sein kann. Dies ist in einigen Konklusionen der dritten und vierten Familie der Fall. Zum Beispiel:

1. Prämisse: ■ $x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ "Einige Staatsbürger sind Nichtwähler"
2. Prämisse: ■ $x(Bx \rightarrow Cx)$ "Alle Staatsbürger sind wahlberechtigt"
Konklusion: ■ $x(\neg Ax \rightarrow Cx)$ "Einige Nichtwähler sind wahlberechtigt"

Bei dieser Konklusion handelt es sich um einen Quotienten vom I-Typ mit negiertem Subjektbegriff; das Schlusschema bildet im Prinzip die Quotientenfolge O-A-I.

In gleicher Weise können auch Quotienten vom A-, E- und O-Typ einen negierten Subjektbegriff besitzen: ■ $x(\neg Ax \rightarrow Bx)$, usw.

Treten Quotienten mit negiertem Subjektbegriff in Schlusschemata auf, so erhalten sie den Zusatzvokal "u" in ihrem Namen. Demnach bezeichnen:

- "au": Quotienten der Form: "■ $x(\neg Sx \rightarrow Px)$ ",
- "eu": Quotienten der Form: "□ $x(\neg Sx \rightarrow Px)$ ",
- "iu": Quotienten der Form: "■ $x(\neg Sx \rightarrow Px)$ ",
- "ou": Quotienten der Form: "■ $x(\neg Sx \rightarrow \neg Px)$ ".

Das obige Beispiel hat somit die Vokalfolge O-A-IU; sein Name lautet "Horatius" bzw. "MOSMAPIU" (vgl. 3.7 und 3.12).

Marlene:

P1: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ Alle Münchner sind Baiern
P2: $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ Kein Baier ist Preuße
KO: $\square x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Kein Münchner ist Preuße

Sigmaris:

P1: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ Einige Griechen sind Philosophen
P2: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ Alle Philosophen sind gebildet
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Einige Griechen sind gebildet

Pietro:

P1: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ Einige Männer sind Raucher
P2: $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ Kein Raucher ist klug
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ Daher: Einige Männer sind nicht klug

3.9. Herleitung der gültigen Schlusschemata der 1. Familie:

Barbara:

Das Schlusschema "Barbara" entspricht dem Schema NTS1. Umformungen sind nicht nötig.

Marlene:

(1) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // P1
(2) $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
(3) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // ÄQU von (2)
(4) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO gem. NTS1 aus (1) und (3)
(5) $\square x(Ax \rightarrow Cx)$ // ÄQU von (4)

Sigmaris:

Das Schlusschema "Sigmaris" entspricht dem Schema NTS2. Umformungen sind nicht nötig.

Pietro:

(1) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // P1
(2) $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
(3) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // ÄQU von (2)
(4) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // gem. NTS2 aus (1) und (3)

3.10. Legitime Kinder der zweiten Familie

Die zweite Familie besitzt die Struktur: 1. Prämisse (P1): $\bullet x(Ax \rightarrow Bx)$
2. Prämisse (P2): $\bullet x(Cx \rightarrow Bx)$
Konklusion (KO): $\bullet x(Ax \rightarrow Cx)$

In dieser Familie gibt es vier legitime Kinder: Marlene, Renate, Pietro, Romano.

Marlene:

P1: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ Alle Schweizer sind Europäer
P2: $\square x(Cx \rightarrow Bx)$ Kein Japaner ist Europäer
KO: $\square x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Kein Schweizer ist Japaner

Renate:

- P1: $\Box x(Ax \rightarrow Bx)$ Kein Jude ist getauft
P2: $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ Alle Christen sind getauft
KO: $\Box x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Kein Jude ist Christ

Pietro:

- P1: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ Einige Moslems sind Terroristen
P2: $\Box x(Cx \rightarrow Bx)$ Kein Gebildeter ist Terrorist
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ Daher: Einige Moslems sind nicht gebildet

Romano:

- P1: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Bx)$ Einige Bäume sind keine Nadelbäume
P2: $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ Alle Tannen sind Nadelbäume
CO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ Einige Bäume sind keine Tannen

3.11. Herleitung der gültigen Schlusschemata der 2. Familie:

Marlene:

- (1) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // P1
- (2) $\Box x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- (3) $\blacksquare x(Cx \rightarrow \neg Bx)$ // ÄQU von (2)
- (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // MT aus (3)
- (5) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (1) und (4) gem. NTS1
- (6) $\Box x(Ax \rightarrow Cx)$ // ÄQU von (5)

Renate:

- (1) $\Box x(Ax \rightarrow Bx)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Bx)$ // ÄQU aus (1)
- (3) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- (4) $\blacksquare x(\neg Bx \rightarrow \neg Cx)$ // MT aus (3)
- (5) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (2) und (4) gem. NTS1
- (6) $\Box x(Ax \rightarrow Cx)$ // ÄQU von (5)

Pietro:

- (1) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // P1
- (2) $\Box x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- (3) $\blacksquare x(Cx \rightarrow \neg Bx)$ // ÄQU von (2)
- (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // MT von (3)
- (5) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (1) und (4) gem. NTS2

Romano:

- (1) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Bx)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- (3) $\blacksquare x(\neg Bx \rightarrow \neg Cx)$ // MT von (2)
- (4) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (1) und (3) gem. NTS2

3.12. Legitime Kinder der dritten Familie

Die dritte Familie besitzt die Struktur:

1. Prämisse (P1): $\bullet x(Bx \rightarrow Ax)$
2. Prämisse (P2): $\bullet x(Bx \rightarrow Cx)$
Konklusion (KO): $\bullet x(Ax \rightarrow Cx)$

In dieser Familie gibt es acht legitime Kinder: Naftali, Marcello, Vasili, Alfonso, Sigmaris, Pietro, Horatius und Romedous. Die beiden Letzteren

bilden – wie am zusätzlichen "u" ihres Namens zu erkennen – Konklusionen mit einem negierten Subjektsatz.

Naftali:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ Alle Spartaner sind Griechen
P2: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ Alle Spartaner sind tapfer
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Einige Griechen sind tapfer

Marcello:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ Alle Philosophen sind gebildet
P2: $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ Kein Philosoph ist eitel
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ Daher: Einige Gebildete sind nicht eitel

Vasili:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ Alle Schweizer sind Europäer
P2: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ Einige Schweizer sprechen deutsch
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Einige Europäer sprechen deutsch

Alfonso:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ Alle Amerikaner sind Nationalisten
P2: $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ Einige Amerikaner sind Realisten
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ Daher: Einige Nationalisten sind Realisten

Sigmaris:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ Einige Affen sind schwanzlos
P2: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ Alle Affen sind Wirbeltiere
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Einige Schwanzlose sind Wirbeltiere

Pietro:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ Einige Terroristen sind Araber
P2: $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ Kein Terrorist ist vernünftig
KO: $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ Daher: Einige Araber sind nicht vernünftig

Horatius:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ Einige Griechen sind nicht Philosophen
P2: $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ Alle Griechen sind Europäer
KO: $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow Cx)$ Daher: Einige Nicht-Philosophen sind Europäer

Romedous:

- P1: $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ Einige Asiaten sind nicht Buddhisten
P2: $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ Kein Asiat ist Afrikaner
KO: $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow \neg Cx)$ Daher: Einige Nicht-Buddhisten sind keine Afrikaner

3.13. Herleitung der gültigen Schlusschemata der 3. Familie:

Naftali:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
(2) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // Konversion von (1) gem. MLS
(3) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
(4) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ // KO aus (2) und (3) gem. NTS2

Marcello:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // Konversion von (1) gem. MLS
- (3) $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
- (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // ÄQU von (3)
- (5) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (2) und (4) gem. NTS2

Vasili:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
 - (2) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
- Für die Herleitung der Konklusion empfiehlt sich eine Prämissenvertauschung (PV):
man setzt P2 als erste Prämisse und P1 als zweite Prämisse, sodass resultiert:
- (3) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ // PV:P1
 - (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // PV:P2
 - (5) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // Konversion von (3) gem. MLS
 - (6) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Ax)$ // KO aus (5) und (4) gem. NTS2
 - (7) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ // Konversion aus (6) gem. MLS

Alfonso:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
 - (2) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // P2
- Wieder empfiehlt sich eine Prämissenvertauschung:
- (3) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // PV:P1
 - (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // PV:P2
 - (5) $\blacksquare x(\neg Cx \rightarrow Bx)$ // Konversion von (3) gem. MLS
 - (6) $\blacksquare x(\neg Cx \rightarrow Ax)$ // KO aus (5) und (4) gem. NTS2
 - (7) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // Konversion von (6) gem. MLS

Sigmaris:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
- (3) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // Konversion von P1 gem. MLS
- (4) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ // KO aus (3) und (2) gem. NTS2

Pietro:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Bx)$ // Konversion von (1) gem. MLS
- (3) $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
- (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // ÄQU von (3)
- (5) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (2) und (4) gem. NTS2

Horatius:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow Bx)$ // Konversion von (1) gem. MLS
- (3) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
- (4) $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow Cx)$ // KO aus (2) und (3) gem. NTS2

Romedous:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ // P1
- (2) $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow Bx)$ // Konversion von (1) gem. MLS
- (3) $\square x(Bx \rightarrow Cx)$ // P2
- (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Cx)$ // ÄQU von (3)
- (5) $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow \neg Cx)$ // KO aus (2) und (4) gem. NTS2

Vasili:

- (1) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
 - (2) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- Prämissenvertauschung (PV):
- (3) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // PV:P1
 - (4) $\blacksquare x(Bx \rightarrow Ax)$ // PV:P2
 - (5) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Ax)$ // KO aus (3) und (4) gem. NTS2
 - (6) $\blacksquare x(Ax \rightarrow Cx)$ // Konversion aus (5) gem. MLS

Renate:

- (1) $\square x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
 - (2) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- Prämissenvertauschung (PV):
- (3) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // PV:P1
 - (4) $\square x(Bx \rightarrow Ax)$ // PV:P2
 - (5) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ // ÄQU von (4)
 - (6) $\blacksquare x(Cx \rightarrow \neg Ax)$ // KO aus (3) und (5) gem. NTS1
 - (7) $\blacksquare x(Ax \rightarrow \neg Cx)$ // MT aus (6)
 - (8) $\square x(Ax \rightarrow Cx)$ // ÄQU aus (7)

Remigius:

- (1) $\square x(Bx \rightarrow Ax)$ // P1
 - (2) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // P2
- Prämissenvertauschung (PV):
- (3) $\blacksquare x(Cx \rightarrow Bx)$ // PV:P1
 - (4) $\square x(Bx \rightarrow Ax)$ // PV:P2
 - (5) $\blacksquare x(Bx \rightarrow \neg Ax)$ // ÄQU von (4)
 - (6) $\blacksquare x(Cx \rightarrow \neg Ax)$ // KO aus (3) und (5) gem. NTS2
 - (7) $\blacksquare x(\neg Ax \rightarrow Cx)$ // Konversion von (6) gem. MLS //